Formen $(a \sin x + b. \cos x)^n$ er, og hvortil mange flere, med andre Tællere kunne henföres.

At for Punkterne paa en given Ellipsoides Overflade: . . . . $A^I\ A^{II}\ A^{III}\ A^{IV}\ A^V \ldots$
de korteste Linier, der paa Overfladen kunne drages mellem tvende paa hinanden fölgende Punkter: . . . . $\Sigma^I\ \Sigma^{II}\ \Sigma^{III}\ \Sigma^{IV} \ldots\ldots$
og disses Azimuther resp. til de nævnte Punkters Meridianer: . . . . $\alpha^I\ \alpha^{II}\ \alpha^{III}\ \alpha^{IV} \ldots\ldots$
ere tilligemed Beliggenheden af A^I *givne*, og Bestemmelsen for et hvist Punkt, f. E. A^V heraf *söges*, er en ved geodætiske Opmaalinger forekommende Opgave. Oplösningen erholdes umiddelbar ved den Sphæroidiske Trigonometrie, idet man successiv bestemmer A^{II} A^{III} A^{IV} A^V. Men hverken gjör denne Fremgangsmaade Loven indlysende for den sögte Bestemmelses Afhængighed af de givne, ei heller leder den til en let Regning, som med faa Decimaler kunde udföres. Dette dobbelte Savn har Prof. *Thune* bestræbt sig for at afhjelpe i en Afhandling, hvis Hoved-Udtryk ere fölgende:

Betegner man Tallet 206264,8 med ε
den halve Jordaxe . . . b
Jordens Excentricitet . e
Breden for A^I . . . . . ϕ^I

og danner

$$\operatorname{tang} f^{\mathrm{I}} = \operatorname{tang} \varphi^{\mathrm{I}} \sqrt{1-e^2}$$

$$l^{\mathrm{I}} = \frac{\Sigma^{\mathrm{I}}}{b}\left\{1 - e^2 \sin f^{\mathrm{I}} \left[\frac{\sin f^{\mathrm{I}}}{2} + \cos f^{\mathrm{I}} \left(\qquad \frac{\Sigma^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}}}{2b}\right)\right]\right\}$$

$$l^{\mathrm{II}} = \frac{\Sigma^{\mathrm{II}}}{b}\left\{1 - e^2 \sin f^{\mathrm{I}} \left[\frac{\sin f^{\mathrm{I}}}{2} + \cos f^{\mathrm{I}} \left(l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} + \frac{\Sigma^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}}}{2b}\right)\right]\right\}$$

$$l^{\mathrm{III}} = \frac{\Sigma^{\mathrm{III}}}{b}\left\{1 - e^2 \sin f^{\mathrm{I}} \left[\frac{\sin f^{\mathrm{I}}}{2} + \cos f^{\mathrm{I}} \left(\begin{matrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \end{matrix} + \frac{\Sigma^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}}}{2b}\right)\right]\right\}$$

$$l^{\mathrm{IV}} = \frac{\Sigma^{\mathrm{IV}}}{b}\left\{1 - e^2 \sin f^{\mathrm{I}} \left[\frac{\sin f^{\mathrm{I}}}{2} + \cos f^{\mathrm{I}} \left(\begin{matrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \end{matrix} + \frac{\Sigma^{\mathrm{IV}} \cos \alpha^{\mathrm{IV}}}{2b}\right)\right]\right\}$$

saa erholder man deels

$$\frac{f^{\mathrm{V}} - f^{\mathrm{I}}}{c} = \begin{matrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \\ l^{\mathrm{IV}} \cos \alpha^{\mathrm{IV}} \end{matrix} - \frac{\operatorname{tang} f^{\mathrm{I}}}{2} \left\{ \begin{matrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \\ l^{\mathrm{III}2} \sin \alpha^{\mathrm{III}2} \\ l^{\mathrm{IV}2} \sin \alpha^{\mathrm{IV}2} \end{matrix} \right\} + \frac{1}{3} \left\{ \begin{matrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \; l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \; l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \; l^{\mathrm{III}2} \sin \alpha^{\mathrm{III}2} \\ l^{\mathrm{IV}} \cos \alpha^{\mathrm{IV}} \; l^{\mathrm{IV}2} \sin \alpha^{\mathrm{IV}2} \end{matrix} \right\}$$

$$- \frac{1}{2 \cos f^{\mathrm{I}}} \left\{ \left[\begin{matrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \\ l^{\mathrm{IV}} \cos \alpha^{\mathrm{IV}} \end{matrix} \right] \cdot \left[\begin{matrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \\ l^{\mathrm{III}2} \sin \alpha^{\mathrm{III}2} \\ l^{\mathrm{IV}2} \sin \alpha^{\mathrm{IV}2} \end{matrix} \right] - \left[\begin{matrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \cdot l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ \left(\begin{matrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \end{matrix} \right) l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \\ \left(\begin{matrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \\ l^{\mathrm{III}2} \sin \alpha^{\mathrm{III}2} \end{matrix} \right) l^{\mathrm{IV}} \cos \alpha^{\mathrm{IV}} \end{matrix} \right] \right\}$$

og

$$\operatorname{tang} \varphi^{\mathrm{V}} = \frac{\operatorname{tang} f^{\mathrm{V}}}{\sqrt{1-e^2}}$$

hvorved φ^{V} som skal betegne *Breden* for A^{V} findes.

deels

$$
{}_{\mathrm{I}}d^{\mathrm{IV}} = \frac{c}{\cos f^{\mathrm{I}}} \left\{ \begin{matrix}
l^{\mathrm{I}} \sin \alpha^{\mathrm{I}} \\
l^{\mathrm{II}} \sin \alpha^{\mathrm{II}} \\
l^{\mathrm{III}} \sin \alpha^{\mathrm{III}} \\
l^{\mathrm{IV}} \sin \alpha^{\mathrm{IV}}
\end{matrix}
+ \operatorname{tang} f^{\mathrm{I}} \left[\begin{matrix}
l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \; l^{\mathrm{I}} \sin \alpha^{\mathrm{I}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \end{pmatrix} l^{\mathrm{II}} \sin \alpha^{\mathrm{II}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \end{pmatrix} l^{\mathrm{III}} \sin \alpha^{\mathrm{III}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \\ l^{\mathrm{IV}} \cos \alpha^{\mathrm{IV}} \end{pmatrix} l^{\mathrm{IV}} \sin \alpha^{\mathrm{IV}}
\end{matrix} \right]
- \frac{\operatorname{tang} f^{\mathrm{I}2}}{2} \left[\begin{matrix}
l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \; l^{\mathrm{I}} \sin \alpha^{\mathrm{I}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \end{pmatrix} l^{\mathrm{II}} \sin \alpha^{\mathrm{II}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \\ l^{\mathrm{III}2} \sin \alpha^{\mathrm{III}2} \end{pmatrix} l^{\mathrm{III}} \sin \alpha^{\mathrm{III}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}2} \sin \alpha^{\mathrm{I}2} \\ l^{\mathrm{II}2} \sin \alpha^{\mathrm{II}2} \\ l^{\mathrm{III}2} \sin \alpha^{\mathrm{III}2} \\ l^{\mathrm{IV}2} \sin \alpha^{\mathrm{IV}2} \end{pmatrix} l^{\mathrm{IV}} \sin \alpha^{\mathrm{IV}}
\end{matrix} \right]
\right.
$$

$$
\left. + \left(\tfrac{\mathrm{I}}{2} + \operatorname{tang} f^{\mathrm{I}2}\right) \left[\begin{matrix}
(l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}})^2 \; l^{\mathrm{I}} \sin \alpha^{\mathrm{I}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \end{pmatrix}^2 l^{\mathrm{II}} \sin \alpha^{\mathrm{II}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \end{pmatrix}^2 l^{\mathrm{III}} \sin \alpha^{\mathrm{III}} \\
\begin{pmatrix} l^{\mathrm{I}} \cos \alpha^{\mathrm{I}} \\ l^{\mathrm{II}} \cos \alpha^{\mathrm{II}} \\ l^{\mathrm{III}} \cos \alpha^{\mathrm{III}} \\ l^{\mathrm{IV}} \cos \alpha^{\mathrm{IV}} \end{pmatrix}^2 l^{\mathrm{IV}} \sin \alpha^{\mathrm{IV}}
\end{matrix} \right]
- \frac{\mathrm{I}}{6} \left[\begin{matrix}
\left(\mathrm{I} - \frac{\sin \alpha^{\mathrm{I}2}}{\cos f^{\mathrm{I}2}}\right) l^{\mathrm{I}3} \sin \alpha^{\mathrm{I}} \\
\left(\mathrm{I} - \frac{\sin \alpha^{\mathrm{II}2}}{\cos f^{\mathrm{I}2}}\right) l^{\mathrm{II}3} \sin \alpha^{\mathrm{II}} \\
\left(\mathrm{I} - \frac{\sin \alpha^{\mathrm{III}2}}{\cos f^{\mathrm{I}2}}\right) l^{\mathrm{III}3} \sin \alpha^{\mathrm{III}} \\
\left(\mathrm{I} - \frac{\sin \alpha^{\mathrm{IV}2}}{\cos f^{\mathrm{I}2}}\right) l^{\mathrm{IV}3} \sin \alpha^{\mathrm{IV}}
\end{matrix} \right]
\right\}
$$

og

$$ {}_{I}\omega^{IV} = {}_{I}d^{IV} - \frac{ee^{2}\cos f^{I}}{2}\left\{\begin{bmatrix} l^{I}\ \sin\alpha^{I} \\ l^{II}\ \sin\alpha^{II} - \operatorname{tang} f^{I}\ \ l^{I}\ \cos\alpha^{I}\ \ l^{II}\ \sin\alpha^{II} \\ l^{III}\sin\alpha^{III} - \operatorname{tang} f^{I}\begin{pmatrix} l^{I}\ \cos\alpha^{I} \\ l^{II}\ \cos\alpha^{II}\end{pmatrix} l^{III}\sin\alpha^{III} \\ l^{IV}\sin\alpha^{IV} - \operatorname{tang} f^{I}\begin{pmatrix} l^{I}\ \cos\alpha^{I} \\ l^{II}\ \cos\alpha^{II} \\ l^{III}\cos\alpha^{III}\end{pmatrix} l^{IV}\sin\alpha^{IV} \end{bmatrix}\right\} $$

ved hvilken Formul ${}_{I}\omega^{IV}$ som *Længde-Forskjellen* for A^{V} og A^{I} findes.

Hvis man tillige vilde vide den korteste Linie paa Jord-Ellipsoidens Overflade mellem A^{V} og A^{I} samt dennes Azimuth med Hensyn paa Meridianen for A^{I} og disse betegnes med ${}_{I}\Sigma^{IV}$ og ${}_{I}\alpha^{IV}$

saa er

$$ \operatorname{tang} {}_{I}\alpha^{IV} = \frac{\sin {}_{I}d^{IV}}{\operatorname{tang} f^{V}\cos f^{I} - \sin f^{I}\cos {}_{I}d^{IV}} $$

$$ \sin {}_{I}l^{IV} = \frac{\sin {}_{I}d^{IV}\cos f^{V}}{\sin {}_{I}\alpha^{IV}} $$

$$ {}_{I}\Sigma^{IV} = \frac{b_{I}l^{IV}}{c}\left\{1 + \frac{e^{2}\sin f^{I2}}{2}\left[1 + \cot f^{I}\begin{pmatrix} l^{I}\ \cos\alpha^{I} \\ l^{II}\ \cos\alpha^{II} \\ l^{III}\cos\alpha^{III} \\ l^{IV}\cos\alpha^{IV}\end{pmatrix}\right]\right\} $$

For Korthedes Skyld er hidindtil blot bleven talt om Bestemmelsen af A^{V}, men Loven er i de ovennævnte Rækker saa simpel, at det vil være aabenbart, hvorledes disse kunne udvides til Bestemmelsen af et hvilketsomhelst Punkt $A^{(m)}$.

Idet Forfatteren har afledet disse Rækker af Udtryk, der forekomme i hans *Tentamen circa Trigonometriam Sphæroidicam*, pag. 28-30, har han ved Udviklingen blot bortkastet de Led, som overstege tredie Dimension, d. e. som indeholdt flere end tre Factorer af Störrelserne e^2 l^{I} l^{II} l^{III} l^{IV} . . . . . . Da nu de geodætiske Afstande Σ^{I} Σ^{II} Σ^{III} Σ^{IV} . . . . . sædvanlig ere under 8 geog. Mile, og det Punkt, som skal bestemmes, vel ingensinde er mere end 100 Mile bortfjernet fra det givne, saa kan man ei allene ansee samme Rækker som tilstrækkelig nöiagtige i ethvert ved geodætiske Operationer mödende Tilfælde, og desuden ved Calculen betjene sig blot af de mindre Tavler, men man tör tillige forvente, at Beregningen af de i tredie Dimension forekommende Led, (som höist ubetydelige), meget ofte vil være aldeles overflödig.

Til Slutning erindrer Forfatteren med Taknemmelighed, at han af sin elskede Lærer, den berömte *Bessel*, er for flere Aar siden bleven gjort opmærksom paa denne Opgave, og at han af vor Prof. Ridder *Schumacher* har erholdt de fornödne Data til en numerisk Calcul, ved hvilken han deels har pröver sine Formuler, deels funden den beundringsværdige Nöiagtighed i de Schumacherske geodætiske Bestemmelser, at de höist forskjellige Triangel-Rækker, der een Gang over Bungsberg, en anden Gang over Hohenhorst, ere dragne mellem Hamburg og Lysabbel, give dette sidste Sted en indtil Hundrede-Dele af Secunden overeensstemmende Længde og Brede.